

О ВОЗМОЖНОСТИ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ В УЛЬТРАЗВУКОВОМ НЕРАЗРУШАЮЩЕМ КОНТРОЛЕ МЕТОДА МАКСИМАЛЬНОЙ ЭНТРОПИИ ДЛЯ ПОВЫШЕНИЯ КАЧЕСТВА ИЗОБРАЖЕНИЯ РАССЕИВАТЕЛЕЙ

© 2005 г. А. Е. Базулин, Е. Г. Базулин

РНЦ “Курчатовский институт”, ООО “Научно-производственный центр “Эхо+”

123182 Москва, пл. Курчатова, 1

E-mail: bazulin@echoplus.ru, bas-a@mail.ru

Поступила в редакцию 11.03.2004 г.

Рассматривается возможность решения обратной задачи рассеяния в линейном приближении (в форме уравнения типа свертки), сведением ее к системе линейных алгебраических уравнений и решением задачи минимизации невязки решения этой системы. В силу некорректности задачи положительный эффект дает регуляризация Тихонова. Рассмотрена возможность использования энтропии оценки изображения в качестве стабилизирующего функционала, что и составляет суть метода максимальной энтропии (ММЭ). Метод реализован в одночастотном и многочастотном вариантах. Показано преимущество ММЭ над традиционно используемыми линейными методами решения обратной задачи рассеяния. Продемонстрирована способность ММЭ к сверхразрешению и подавлению боковых лепестков. Предложен способ выбора параметра регуляризации. Показана устойчивость ММЭ к шумам измерений и мультипликативным помехам в форме прореживания апертуры. Приведены примеры работы ММЭ для восстановления изображений по модельным и экспериментальным данным.

ВВЕДЕНИЕ

Задача получения информации о внутренней структуре таких различных оптически непрозрачных объектов, как океан, человеческое тело, сварные швы в трубопроводах и т.д. является актуальной проблемой и относится к классу обратных задач рассеяния. Обратная задача рассеяния состоит в определении количественных характеристик неоднородностей на основе наблюдения за рассеянием на неоднородностях облучающего поля. Для зондирования используются различные виды излучения – электромагнитное, рентгеновское, акустическое и т.д.

Весьма распространенный тип ОЗР обратных задач рассеяния в дефектоскопии и неразрушающем контроле связан с ультразвуковым лоцированием оптически непрозрачных изделий и конструкций. Цель лоцирования – поиск и определение размеров внутренних дефектов: пустот, трещин и т.д. Важный аспект неразрушающего ультразвукового контроля (НУЗК) состоит в классификации найденных дефектов и экспертной оценке пригодности изделия к эксплуатации

Для получения изображения дефектов с достаточно высокой разрешающей способностью используют системы с когерентной обработкой измеренных эхосигналов. В России для экспертного контроля сварных швов трубопроводов АЭС ис-

пользуется система “Авгур 4.2” [1], а за рубежом для контроля ответственных конструкций применяются, частности, системы “Masera” фирмы “Technoatom” и “μ+” фирмы “Sonomatic”. В таких промышленных системах для получения изображения рассеивателей используются алгоритмы, основанные на решении обратной скалярной задачи рассеивания в Борновском приближении. К алгоритмам такого класса относится метод SAFT [2, 3], метод угловых спектров (МУС) [4] и метод проекции в спектральном пространстве (ПСП) [5, 6]. Практическая реализация последнего метода особенно эффективна из-за высокой скорости получения изображения рассеивателей по набору эхосигналов, измеренных в совмещенном режиме, когда излучение и прием ультразвуковых импульсов проводится одним преобразователем.

Обратная сторона простоты используемых алгоритмов состоит в том, что изображения дефектов далеко не всегда получаются не достаточно высокого качества. В них велик уровень паразитных изображений, сформированных перерассеянными импульсами и импульсами, возникшими в результате трансформации типов волн при рассеивании на неоднородностях. Кроме того, не всегда однозначно можно судить о форме дефекта, так как восстанавливается изображение только той части его границы, отраженные импульсы от которой регистрируются в области приема. Зада-

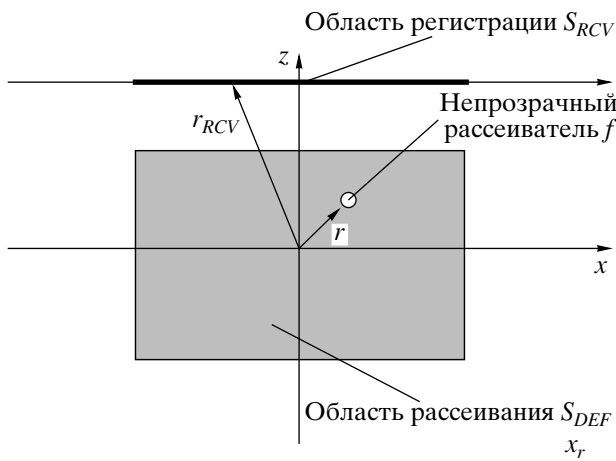


Рис. 1. Схема измерения рассеянного поля в совмещенном режиме.

ча улучшения разрешения и уменьшения уровня спеклового шума является актуальной задачей НУЗК.

Для получения изображений с разрешением, превышающим Релеевский предел, то есть со сверхразрешением, используются алгоритмы, основанные на экстраполяции временных и пространственных спектров сигналов. Например, итерационный алгоритм Гершберга-Папулиса [7, 8, 22, 9, 10], или алгоритм экстраполяции спектра эхосигналов на основе построения их AR-модели [11, 12, 13, 14]. Алгоритм Гершберга-Папулиса применяется как для экстраполяции спектров эхосигналов, что приводит к повышению продольного разрешения изображения, так и для экстраполяции комплексного спектра изображения, что повышает как продольное, так и поперечное разрешение. Так как использование метода Гершберга-Папулиса предполагает применение операции отсечки на уровне около 30% от максимального значения, то это приводит к потере информации о рассеивателях малой амплитуды. Экстраполяция спектра эхосигналов при построении его AR-модели приводит к повышению только продольного, но не поперечного разрешения восстановленного изображения.

Среди различных методов решения подобных задач выделяется так называемый метод максимальной энтропии (ММЭ). Обоснование и первые практические результаты были получены в 1950-ых годах Джейнсом [Jaynes], который показал возможность использования Шенноновской энтропии в задачах нечеткого вывода. Шенноновская энтропия набора дискретных независимых случайных величин определяется как:

$$H = -\sum_{i=1}^N p_i \ln p_i.$$

В 1972 Фриден [Freiden] показал возможность использования энтропии, как стабилизирующего функционала в контексте метода регуляризации Тихонова [20]. В работе [15] показана возможность достижения сверхразрешения в системе получения изображений (одномерный некогерентный объект, система формирования с дифракционным ограничением). Интенсивность пикселей изображения связывалась с вероятностями. Исследования показали эффективность практического применения ММЭ при восстановлении изображений в томографии [16], радиоастрономии [17], ядерном магнитном резонансе (ЯМР) [18], а также и в ультразвуковом контроле [19]. Регулярно проводятся конференции под названием "Bayesian Framework And Maximum Entropy", и с каждым годом возможности применения ММЭ расширяются.

В данной статье рассматривается возможность применения ММЭ в ультразвуковом неразрушающем контроле для повышения качества изображения рассеивателей.

МАТРИЧНАЯ МОДЕЛЬ ЗАДАЧИ РАССЕЯНИЯ

Следуя [19] запишем формулу, описывающую рассеяние и прием ультразвука на частоте ω .

$$U(r_{RCV}, \omega) = \pm 2jk \int_S \theta(r, \omega) \times \quad (1)$$

$$\times g(r_{RCV} - r, \omega) U_0(r, \omega) f(r) dr + n(r_{RCV}, \omega).$$

Здесь: $r \in S_{DEF} \subset R^2$ – радиус-вектор точки в области рассеивания (на рис. 1 изображена серым цветом), $r_{RCV} \in S_{RCV} \subset R^1$ – радиус-вектор точки на линейной приемной апертуре, j – мнимая единица, k – волновое число, $g(r, \omega)$ – функция Грина уравнения Гельмгольца на частоте ω , $\theta(r, \omega)$ – диаграмма направленности приемника, $f(r)$ – рассеивающий потенциал (не зависит от частоты), $U_0(r, \omega)$ – первичное облучающее поле, $n(r_{RCV}, \omega)$ – аддитивный шум измерений.

Причем, "+" и "-" перед интегралом используются для I и II краевой задач соответственно. I краевая задача соответствует моделированию акустически мягких рассеивателей, II краевая задача моделирует акустически жесткие рассеиватели и характерна для практики ультразвукового неразрушающего контроля.

Система формирования голограмм $U(r_{RCV}, \omega)$ представляется линейной, и переход к линейной модели осуществляется за счет приближения Кирхгофа (приближение физической оптики) для

непрозрачных рассеивателей. При выводе уравнения (1) сделаны следующие допущения:

- учитывается только однократное рассеяние ультразвука на рассеивателях (без многократного перерассеяния);
- трансформация мод волн не учитывается;
- предполагается, что рассеиватели имеют гладкую границу;
- поле в “тене́вой зоне” рассеивателей приравнивается нулю;
- градиенты поля и функции Грина вычисляются с тем допущением, что в среде распространяются плоские волны, и отражение от грани рассеивателя происходит вдоль нормали к этой грани;
- моделируются краевые условия только I или II рода.

Несмотря на такие допущения, существуют многочисленные методы решения обратной задачи рассеяния в линейном приближении, которые обеспечивают получение изображений достаточно высокого качества, достаточного в большинстве практических задач. Системы, успешно реализующие на практике данные алгоритмы, были упомянуты во введении.

Выбранная модель позволяет моделировать различные способы прозвучивания путем выбора вида функции $U_0(r, \omega)$. В частности, для моделирования измерений в режиме, когда излучатель и приемник ультразвука совмещены в качестве $U_0(r, \omega)$ используется та же функция Грина $g(r, \omega)$ и в дальнейшем без ограничения общности будет рассматриваться именно модель для совмещенного режима измерений.

Для решения прямой и обратной задачи рассеяния на ЭВМ требуется получить дискретизированную модель процесса рассеяния и приема ультразвука. Уравнение (1) дискретизируется в декартовой системе координат xz на равномерной сетке. На той же сетке ищется решения уравнения f .

В дальнейшем будут использоваться обозначения: N, M – число отсчетов сетки области восстановления изображения (ОВИ) по x и z соответственно; $\Delta x, \Delta z$ – расстояние между отсчетами по x и z соответственно; A – число точек линейной апертуры (расстояние между отсчетами также составляет Δx); f – лексикографически упорядоченный вектор размерности $NM \times 1$, представляющий собой дискретное представление рассеивающего потенциала в ОВИ;

$$\text{то есть записывается } f = \begin{pmatrix} f_{11} \\ f_{12} \\ \vdots \\ f_{1N} \\ f_{21} \\ f_{22} \\ \vdots \\ f_{2N} \\ \vdots \\ f_{M1} \\ f_{M2} \\ \vdots \\ f_{MN} \end{pmatrix}, \text{ вместо } f = \begin{pmatrix} f_{11} & f_{12} & \dots & f_{1N} \\ f_{21} & f_{22} & \dots & f_{2N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ f_{M1} & f_{M2} & \dots & f_{MN} \end{pmatrix}$$

где f_{ij} значение функции $f(r)$ в точке r_{ij} .

h_ω – вектор размерности $A \times 1$, представляющий собой ультразвуковое поле (r_{RCV}, ω), измеренное на приемной апертуре на частоте ω (в одночастотном случае индекс будем опускать), другое используемое название для h_ω – голограмма

на частоте ω . $h_\omega^i = U(r_{RCV_i}, \omega)$, где r_{RCV_i} – расстояние до i -ой точки приемной апертуры. В практике неразрушающего контроля величины N, M, A могут достигать порядка 1000 отсчетов.

Учет прихода волн на приемную апертуру обеспечивает матрица G_ω , представляющая собой

циркулянтную¹ матрицу размерности $A \times NM$, отвечающую дискретному представлению квадрата функции Грина в ОВИ с учетом диаграммы направленности;

$$G_{\omega} = \begin{pmatrix} g_{1,1} & g_{1,2} & \dots & g_{1,NM} \\ g_{2,1} & g_{2,2} & \dots & g_{2,NM} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ g_{A,1} & g_{A,2} & \dots & g_{A,NM} \end{pmatrix}.$$

Здесь строка с номером i соответствует дискретному представлению квадрата функции Грина, с которой требуется свернуть рассеивающий потенциал, чтобы получить поле в i -ой точке приемной апертуры:

$$g_{i,nm} = \pm 2jk\theta^2(r_{nm})g^2(r_{RCV_i} - r_{nm}, \omega)/\Delta x,$$

где r_{RCV_i} – расстояние до i -ой точки приемной апертуры, r_{nm} – расстояние до точки в ОВИ, соответствующей номерам отсчетов n, m по осям X и Z соответственно. Также данная модель позволяет учесть мультипликативную помеху при формировании голограммы. Мультипликативная помеха представляет собой умножение голограммы на детерминированную или случайную функцию. В дискретном описании влияние мультипликативной помехи удобно представлять умножением голограммы на диагональную матрицу.

Практический интерес для задачи восстановления изображений представляет случай, когда S имеет смысл оператора прореживания, позволяющего промоделировать потерю части данных на приемной апертуре. В матричном виде решение прямой задачи излучения для случая гармонического излучения, то есть вычисления поля на приемной апертуре сводится к следующим действиям:

- умножение матрицы оператора прямой задачи G на f (чему соответствует вычисление интеграла свертки в (1) методом прямоугольников).

- добавление вектора значений гауссового дискретного комплексного белого шума с нулевым математическим ожиданием и дисперсией σ^2 , то есть $n_{\omega} = (n_1 \ n_2 \ \dots \ n_A)^T$, где $\text{Re}n_i \sim N(0, \sigma^2)$, $\text{Im}n_i \sim N(0, \sigma^2)$

¹ Циркулянтными матрицами называются матрицы, имеющие

$$\text{следующую структуру: } Q = \begin{pmatrix} q_{11} & q_{12} & \dots & q_{1N} \\ q_{21} & q_{22} & \dots & q_{2N-1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ q_{12} & q_{13} & \dots & q_{11} \end{pmatrix}. \text{ т.е.}$$

каждая следующая строка есть предыдущая, сдвинутая поэлементно вправо на один элемент.

- применение матрицы оператора мультипликативной помехи S , для случая прореженной апертуры, обнуляющего измеренное поле в указанных отсчетах, для учета потери данных на приемной апертуре;

В итоге формулировка прямой задачи рассеяния на частоте ω имеет вид:

$$h_{\omega} = S(G_{\omega}f + n_{\omega}). \quad (2)$$

В реальности обычно производится совместная обработка голограмм, рассчитанных для K частот из диапазона $(\omega_{\min}; \omega_{\max})$:

$$h = (h_{\omega_{\min}} \ \dots \ h_{\omega_{\max}})^T = \begin{pmatrix} S_{\omega_{\min}} & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & S_{\omega_{\max}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} G_{\omega_{\min}} \\ \vdots \\ G_{\omega_{\max}} \end{pmatrix} f + \begin{pmatrix} n_{\omega_{\min}} \\ \vdots \\ n_{\omega_{\max}} \end{pmatrix}. \quad (3)$$

Эта модель может быть модифицирована с целью учета, например, перерасеяния поля на неоднородностях или трансформации волн. Возможно, также удастся учитывать геометрию и плавное изменение скорости звука объекта контроля, построив соответствующую функцию Грина, что, в общем случае, представляет отдельную весьма непростую задачу. Чем точнее удастся описать прямую задачу рассеяния, тем достоверней будут решения, получаемые при минимизации невязки решения прямой задачи.

В качестве критерия качества восстанавливаемого изображения выбирается квадрат невязки решения (записано для одной частоты):

$$\chi^2(f) = \rho^2(SGf, h) = \|SGf - h\|^2 = (SGf - h)^T(SGf - h). \quad (4)$$

То есть восстанавливаемое изображение является решением задачи безусловной оптимизации (решение методом наименьших квадратов):

$$\hat{f} = \arg \min_{f \in R^{MN}} (\chi^2(f)). \quad (5)$$

В терминологии [20] решение вырожденной системы (2), обеспечивающее минимум невязки χ^2 , называется псевдорешением. Таких псевдорешений может существовать бесконечно много и такие параметры как разрешение и уровень спеклового шума в общем случае оказываются далеки от идеальных.

Поскольку акустическая цифровая голография подразумевает комплексные вычисления, размерность всех переменных увеличивается вдвое, и действительные и мнимые части изображения восстанавливаются как отдельные величины, что требуется при решении задачи оптимизации

ции с комплексным критерием. При вычислениях векторы и матрицы записываются в виде:

$$f \equiv \begin{pmatrix} f^{\text{Re}} \\ f^{\text{Im}} \end{pmatrix}, \quad G \equiv \begin{pmatrix} G^{\text{Re}} & -G^{\text{Im}} \\ G^{\text{Im}} & G^{\text{Re}} \end{pmatrix} \quad (6)$$

Градиент и гессиан критерия вычисляются следующим образом (используя правила дифференцирования матричных уравнений):

$$\nabla \chi^2(f) = 2G^T(SGf - h) \quad (7)$$

$$\nabla \nabla \chi^2(f) = 2G^T SG. \quad (8)$$

Формально находя решение из необходимого условия экстремума первого порядка (равенства нулю градиента критерия), можно получить [19]:

$$\hat{f} = W^T \text{diag} \left[\frac{1}{\lambda_1}, \frac{1}{\lambda_2}, \dots, \frac{1}{\lambda_{NM}} \right] W G^T S h, \quad (9)$$

где использовано разложение по сингулярным значениям (SVD) вырожденной матрицы:

$$G^T S G = W \text{diag} [\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_{NM}] W^T.$$

Индекс T означает транспонированную матрицу. Аналог выражения (9) – инверсный фильтр. Появление нулевых и близких к нулю λ_i в знаменателе (9) приводит к невозможности получения единственного решения. Метод наименьших квадратов исключительно неустойчив к шумам измерений. Шумовая компонента начинает быстро преобладать над полезной частью решения из-за большого числа нулевых λ_i . В то же время неопределенность гессиана позволяет гарантировать выполнение необходимых условий минимума второго порядка при решении задачи оптимизации (5).

Принципиальная важность подхода, основанного на методе наименьших квадратов заключается в свободе выбора функции рассеяния точки G . Для определения функции рассеивания точки (ФРТ) можно решать задачу определения функции Грина для полупространства, слоя или более сложного случая или воспользоваться ФРТ, измеренной в результате эксперимента. В то же время такой подход является исключительно требовательным к вычислительным ресурсам. Так для восстановления изображения размером $N = 128$, $M = 128$ точек измеренного на апертуре из $A = 128$ отсчетов потребуется хранить матрицу G размером (256×32768) и умножать ее на вектор f , состоящий из 256 строк. Но, в силу циркулянтной структуры матрицы G , есть возможность существенно сократить объем требуемой памяти (хранить только одну строку матрицы) и время вычисления произведения Gf , используя свойство диагонализации циркулянтных матриц с помо-

щью дискретного преобразования Фурье [19]. Использование быстрого преобразования Фурье (БПФ) позволит сократить сложность вычисления произведения Gf с величины порядка N^3 до $N \log N$, но при этом требуется использовать регулярную сетку при использовании дискретной модели.

МЕТОД МАКСИМАЛЬНОЙ ЭНТРОПИИ КАК ЧАСТНЫЙ СЛУЧАЙ МЕТОДА РЕГУЛЯРИЗАЦИИ

Для приближенного решения некорректных задач А.Н. Тихоновым был разработан метод решения, называемый регуляризацией [21]. Для некорректной по Адамару задачи, записываемой в операторной форме

$$Af = h$$

вариационный принцип отбора решений f (построение регуляризирующего оператора) сводится к задаче оптимизации

$$\hat{f}_\alpha = \arg \min_{f \in R^{MN}} (\chi^2(f) + \alpha \Omega(f)), \quad (10)$$

где $\chi^2(f)$ – квадрат невязки решения в метрике, определяемой спецификой задачи, $\Omega(f)$ – стабилизирующий функционал, предназначенный для сужения области отбора решений. Решение некорректной обратной задачи типа свертки можно осуществлять следующим образом:

- совершить переход от уравнения типа свертки к системе уравнений с вырожденной матрицей (2, 3);
- выбрать стабилизирующий функционал $\Omega(f)$;
- перейти к задаче оптимизации с целью минимизации дискретного аналога функционала $\Omega(f)$ и невязки решения системы (4);
- решить задачу оптимизации и выбора оптимального параметра регуляризации α .

Таким образом, решение исходной задачи (2) заменяется на решение другой задачи (10), которая обладает устойчивостью к малым изменениям входных данных h .

В качестве стабилизирующих функционалов могут применяться функционалы различных классов. Смысл использования стабилизирующих функционалов состоит в том, чтобы учесть при решении некорректной задачи некую априорную информацию о решении и за счет этого сузить область поиска решений. Эта априорная информация может варьироваться от простейшего требования на неотрицательность решения или минимальность некоторой нормы решения до ограничений на известную автокорреляционную функцию, заданную структуру спектра и так далее.

В [19] приводится алгоритм восстановления ультразвуковых изображений методом макси-

мальной энтропии, то есть решения задачи оптимизации с энтропией оценки изображения в качестве стабилизирующего функционала:

$$\hat{f} = \arg \min_{f \in R^{MN}} (\chi^2 - \alpha H(f))$$

где H – понимается, как энтропия набора дискретных независимых случайных величин и определяется как (в случае действительных, неотрицательных f_i):

$$H(f) = -\sum_{i=1}^{NM} f_i \ln f_i = -\Omega(f), \quad (11)$$

где NM – число точек в восстанавливаемом изображении, либо в качестве H используется, так называемая, кросс-энтропия или расстояние Кулбека-Лейблера [Kullback-Leibler] [21]:

$$H(f) = -\sum_{i=1}^{NM} f_i \ln \frac{f_i}{m_i}. \quad (12)$$

Здесь m – априорная модель или оценка вида решения f . В качестве простейшей модели $e\mu$ использовалась постоянная величина $e\mu$, где μ – понимается как оценка среднего значения интенсивности фона изображения. Этот позволяет обойти одну из проблем, связанных с использованием критерия максимальной энтропии. Дело в том, что при приближении части значений интенсивностей изображения к 0 логарифм в выражении для энтропии принимает слишком большие значения, что затрудняет сходжение к изображениям с нулевым фоном. В данном случае элементы градиента энтропии будут близки к нулю для интенсивностей, близких к μ . Дополнительная сложность использования энтропии в форме (12) заключается в том, что требуется оценивать параметр μ , но исследования показали, что при восстановлении модельных и экспериментальных данных наблюдаются идентичные результаты для значений μ разнящихся на несколько порядков. Вопрос, связанный с использованием не столь тривиальных моделей изображения является предметом дальнейших исследований. Возможно, за счет использования нетривиальных априорных моделей изображений удастся сократить число артефактов в восстановленных изображениях. Как особенность критерия максимальной энтропии отмечается подчеркивание контрастных участков изображения (точечные рассеиватели, изображения границ). Благодаря этому свойству ММЭ нашел широкое применение в радиоастрономии и может найти применение в ультразвуковом контроле.

За счет нелинейности алгоритма при получении изображений может быть достигнуто сверх-

азрешение в результате появления в спектре $f(r)$ компонент, не обусловленных лишь исходной неполной информацией.

В работах [22, 23] основным достоинством критерия максимальной энтропии в форме (11) признавался тот факт, что логарифм автоматически учитывает ограничение на неотрицательность элементов изображения. Но для корректного восстановления изображения f в когерентном случае (ультразвуковая дефектоскопия, ЯМР) оно должно восстанавливаться как комплексное и может иметь отрицательные значение и действительной и мнимой части. Для того, чтобы обойти эту проблему существуют различные подходы [19]. Например, разложение изображения на четыре подизображения с фазами, сдвинутыми таким образом, чтобы каждое подизображение имело неотрицательные действительные части. Таким образом, приходится решать независимо четыре задачи восстановления, осуществлять обратный сдвиг фаз и сложение в один результат.

В данной работе обобщение ММЭ для комплексных вычислений достигается с помощью расчета энтропии для модуля комплексного изображения. Вспомнив вид записи векторов с комплексными элементами (6), запишем:

$$z_i = |f_i| = \sqrt{(f_i^{\text{Re}})^2 + (f_i^{\text{Im}})^2},$$

$$H = -\sum_{i=1}^{NM} z_i \ln \frac{z_i}{e\mu}.$$

В этом случае элементы градиента и гессиана энтропии выглядят следующим образом:

$$\frac{\partial H}{\partial f_i^{\text{Re}}} = \frac{f_i^{\text{Re}} \ln\left(\frac{z_i}{\mu}\right)}{z_i}; \quad \frac{\partial H}{\partial f_i^{\text{Im}}} = \frac{f_i^{\text{Im}} \ln\left(\frac{z_i}{\mu}\right)}{z_i}$$

$$\frac{\partial^2 H(f_i)}{\partial (f_i^{\text{Re}})^2} = \frac{-f_i^{\text{Re}} - f_i^{\text{Im}} \ln\left(\frac{z_i}{\mu}\right)}{z_i^3}$$

$$\frac{\partial^2 H(f_i)}{\partial (f_i^{\text{Im}})^2} = \frac{-f_i^{\text{Im}} - f_i^{\text{Re}} \ln\left(\frac{z_i}{\mu}\right)}{z_i^3}$$

$$\frac{\partial^2 H(f_i)}{\partial f_i^{\text{Re}} \partial f_i^{\text{Im}}} = \frac{\partial^2 H(f_i)}{\partial f_i^{\text{Im}} \partial f_i^{\text{Re}}} = \frac{f_i^{\text{Im}} f_i^{\text{Re}} \left(\ln\left(\frac{z_i}{\mu}\right) - 1 \right)}{z_i^3}.$$

Таким образом, для решения задачи оптимизации могут применяться как методы первого, так и

второго порядка. Методы первого порядка типа градиентного спуска применяются с ограниченным успехом. Из-за нелинейности функционала энтропии сходимость чрезвычайно медленная [24]. Методы второго порядка, требующие обращения гессианов, неприменимы на практике из-за катастрофического размера этих гессианов.

Для решения задачи оптимизации с регуляризацией в форме энтропии существует мощный, быстродействующий и устойчивый Кембриджский алгоритм, разработанный группой авторов под руководством Скиллинга [J. Skilling] [25]. Важным свойством этого алгоритма является то, что он не требует обращения гессианов (размер которых может быть поистине огромен), а сходимость обеспечивается проецированием градиента и гессиана в специальном образом сконструированное подпространство. За счет использования БПФ при умножении циркулянтных матриц на векторы достигается принципиальная экономия памяти, поскольку не требуется хранить матрицы целиком, достаточно лишь одной строки (столбца). Ускорение сходимости достигается также за счет изменения метрики пространства таким образом, что компоненты метрического тензора делаются зависимыми от гессиана энтропии на текущем шаге процесса оптимизации. В [19] приводится обобщение Кембриджского алгоритма на случай комплексных вычислений. Также достоинство этого алгоритма заключается в улучшенной оценке параметра регуляризации α . По-видимому, для полноценного практического применения ММЭ потребуется использование Кембриджского алгоритма.

Результаты, приведенные в статье далее, получены при использовании алгоритма решения задач оптимизации больших размерностей на основе квазиньютоновского алгоритма с проецированием в двумерное подпространство [26].

Одной из основных задач при реализации методов, основанных на регуляризации, является выбор параметра регуляризации α играющего роль множителя Лагранжа в задаче условной оптимизации. Роль α состоит в том, чтобы установить согласие между получением точного решения некорректной задачи и удовлетворением ограничения, обуславливаемого стабилизирующим функционалом.

Для определения оптимального параметра регуляризации α^* существуют различные методы, требующие априорного знания погрешности входных данных и/или больших вычислительных ресурсов [20]. При сравнении и анализе возможности применения этих методов было принято решение использовать собственный эмпирический алгоритм для ММЭ. Способ выбора оптимально-

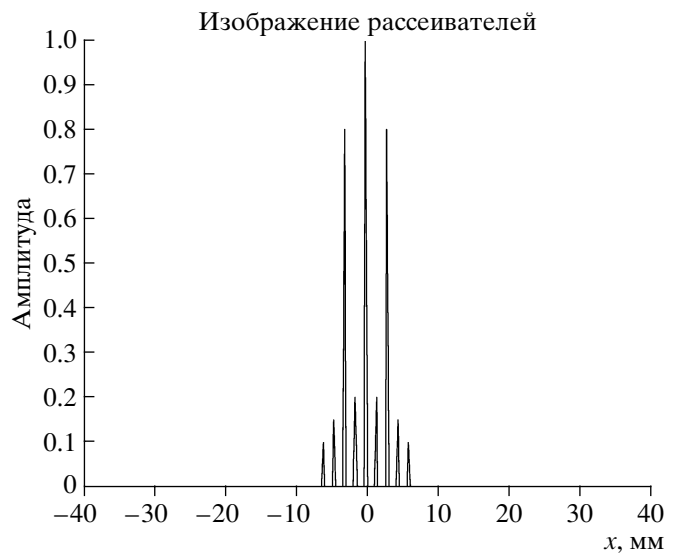


Рис. 2. Изображение девяти точечных рассеивателей, использованное для расчета прямой задачи рассеяния.

го параметра регуляризации основан на его адаптивной оценке. Можно определять α^* , исходя из требования равенства норм градиентов невязки решения и регуляризирующего функционала на каждом шаге процесса оптимизации.

$$\alpha_{i+1}^* = -\frac{\|\nabla \chi^2(\hat{f}_i)\|}{\|\nabla H(\hat{f}_i)\|}. \quad (13)$$

Такой выбор параметра регуляризации обеспечивает равенство норм компонентов градиента (выполнение необходимых условий экстремума первого порядка) и сходимость к качественному решению. Поскольку α^* корректируется на каждом шаге, то предложенный метод выбора (13) назван адаптивной оценкой параметра регуляризации. Главное его достоинство, в том, что при оценке α^* не требуется никакой информации об аддитивном шуме измерений и структуре прореженной апертуры. Кроме того, этот метод работает на порядок быстрее, чем некоторые другие, поскольку не требует многократного решения одной и той же задачи.

Этот метод использовался при восстановлении модельных и экспериментальных данных с весьма хорошим результатом. Результаты восстановления изображений, приведенные в данной статье, получены с применением адаптивной оценки параметра регуляризации.

МОДЕЛЬНЫЙ ЧИСЛЕННЫЙ ЭКСПЕРИМЕНТ

В качестве модели дефектов были выбраны девять точечных рассеивателей на глубине 40 мм

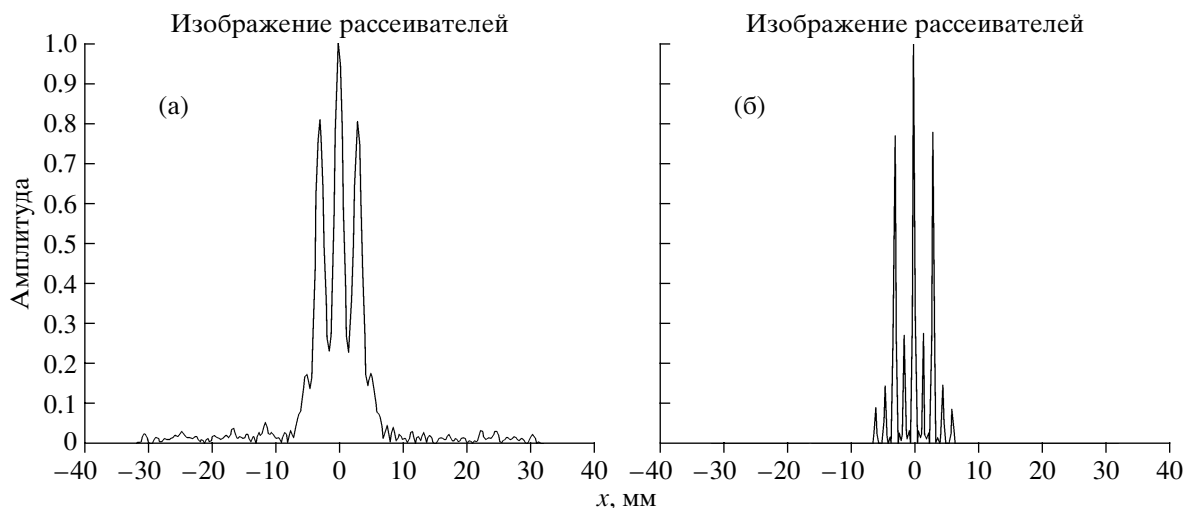


Рис. 3. Изображения девяти рассеивателей, восстановленные МУС (а) и ММЭ (б) по голограммам с частотным диапазоном 1.0 МГц до 4.0 МГц.

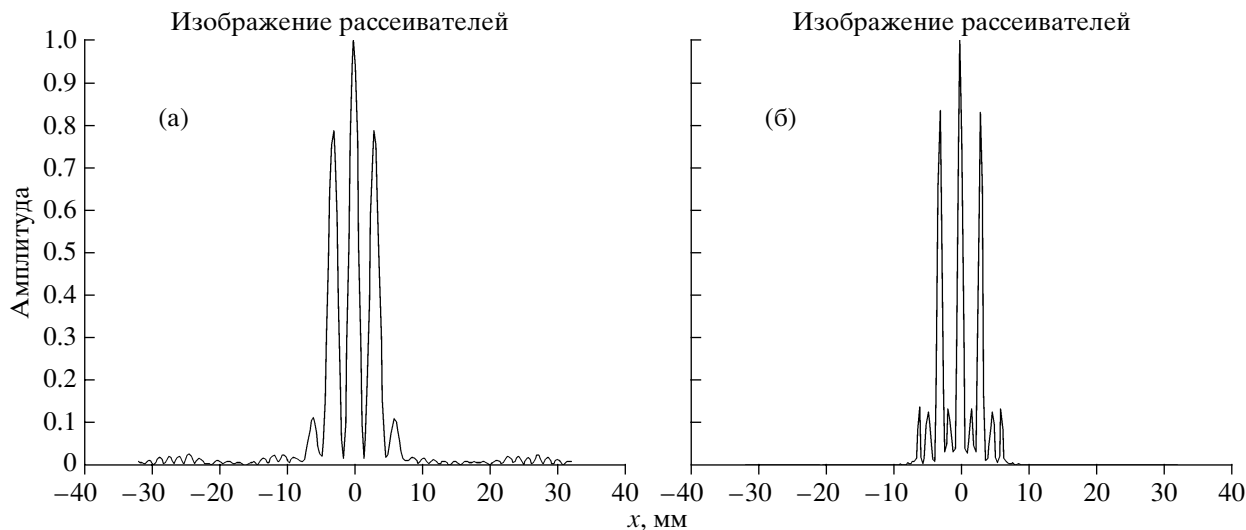


Рис. 4. Изображения девяти рассеивателей, восстановленные МУС (а) и ММЭ (б) по голограммам с частотным диапазоном 2.0 МГц до 3.0 МГц.

и с расстоянием друг от друга 1.5 мм (6 отсчетов, 1.2λ где λ длина волны на центральной частоте 2.5 МГц) в образце со скоростью звука 6.26 мм/мкс. Коэффициенты перерассеивания моделей дефектов различаются в десять раз. Преобразователь с резонансной частотой 2.5 МГц излучал и принимал продольные волны. Пространственная апертура состояла из 256 отсчетов с интервалом 0.25 мм. Идеальное изображение дефектов приведено на рис. 2. На всех рисунках далее по оси абсцисс откладывается координата x , а по оси ординат амплитуда комплексного коэффициента перерассеивания. Изображение полученное методом угловых спектров при измерениях проводились на пяти частотах от 1.0 МГц до 4.0 МГц представлено на

рис. 3 (а). Рэлеевское разрешение на центральной частоте 2.5 МГц равно 2.0 мм. На восстановленном изображении рассеиватели малой амплитуды не видны на фоне боковых лепестков рассеивателей большой амплитуды. Применение метода максимальной энтропии (рис. 3, б) за счет достижения сверхразрешения позволяет уверенно определить количество рассеивателей и значения коэффициентов перерассеивания. Следует отметить, что амплитуду рассеивателей расположенных слева и справа от центрального вместо заданного значения 0.2 можно оценить в 0.26, то есть с ошибкой 30%.

На рис. 4 (а) представлено изображение тех же дефектов, восстановленное методом угловых

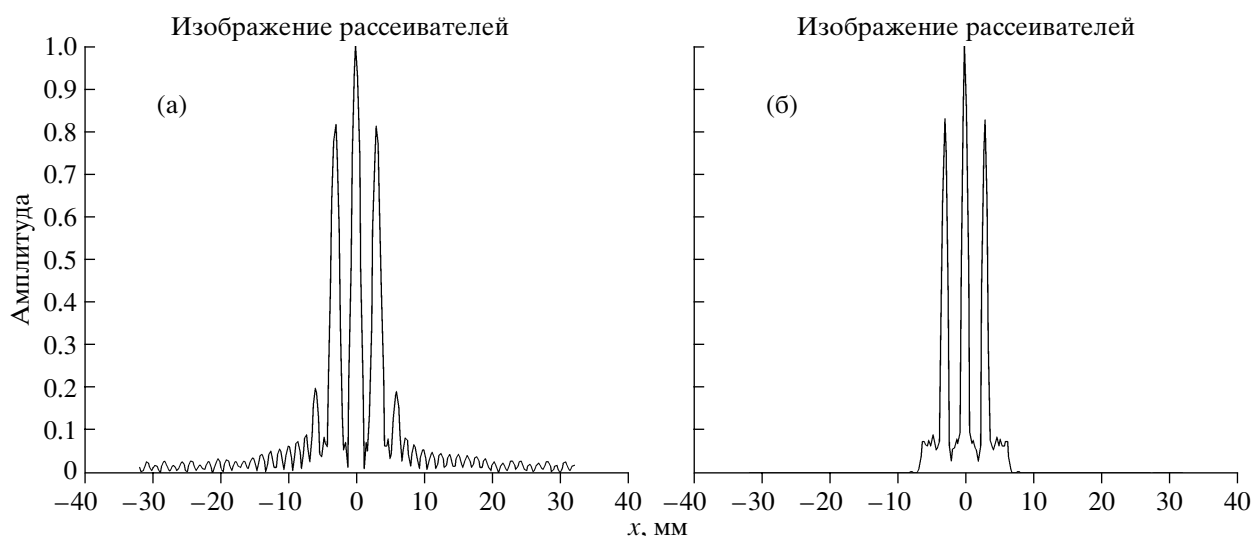


Рис. 5. Изображения девяти рассеивателей, восстановленные МУС (а) и ММЭ (б) по голограмме на частоте 2.5 МГц.

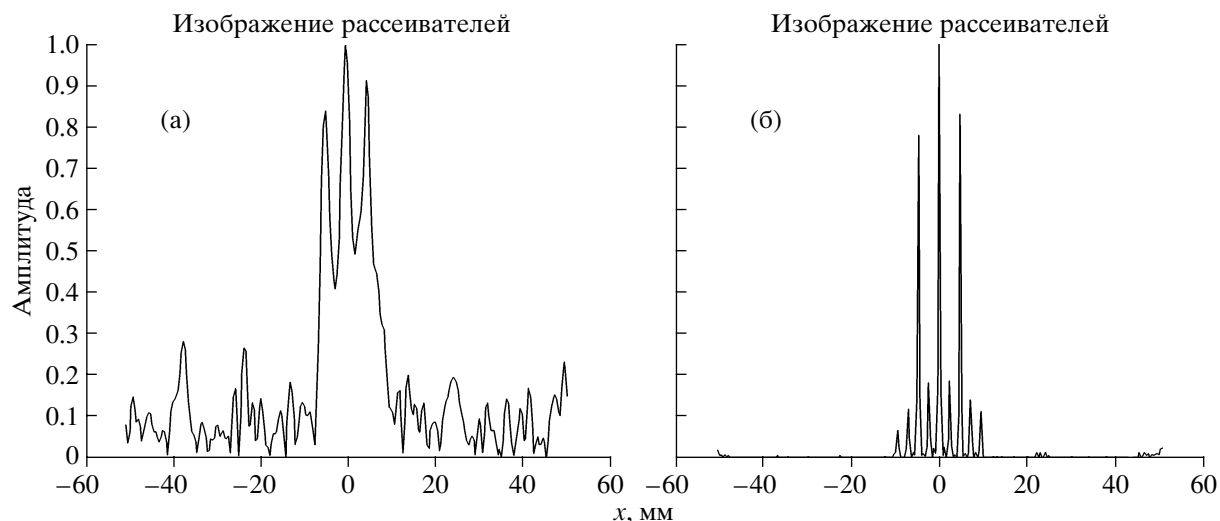


Рис. 6. Изображения девяти рассеивателей, восстановленные МУС (а) и ММЭ (б) по голограммам с частотным диапазоном 1.0 МГц до 4.0 МГц при прореживании апертуры случайным образом до 20%.

спектров на той же пространственной апертуре, но при использовании пяти частот от 2.0 МГц до 3.0 МГц. Качество изображения так же не позволяет правильно оценить количество и амплитуду рассеивателей, так как можно предположить, что восстановлено изображение пяти рассеивателей. Применение метода максимальной энтропии (рис. 4, б) позволяет уверенно определить количество рассеивателей, однако, их амплитуда не определяется так же уверенно как на рис. 3 (б), из-за недостаточного повышения поперечного разрешения. И, наконец, проведение измерений на одной частоте 2.5 МГц из-за высокого уровня боковых лепестков не позволяет уверенно обна-

руживать дефекты амплитудой менее 20% от максимума изображения (рис. 5).

ММЭ демонстрирует устойчивость к эффекту прореживания апертуры. На рис. 6 приведены результаты восстановления (а – с помощью метода угловых спектров (МУС), б – ММЭ) по голограммам, измеренным в 20% апертуры, для случайно выбранных отсчетов. Остальные условия моделирования аналогичны случаю, приведенному на рис. 2. Прореживание апертуры в пять раз практически не сказалось на результате восстановления ММЭ, в то время как качество изображения полученного МУС существенно ухудшилось. На рис. 7 приведены результаты восстановления изо-

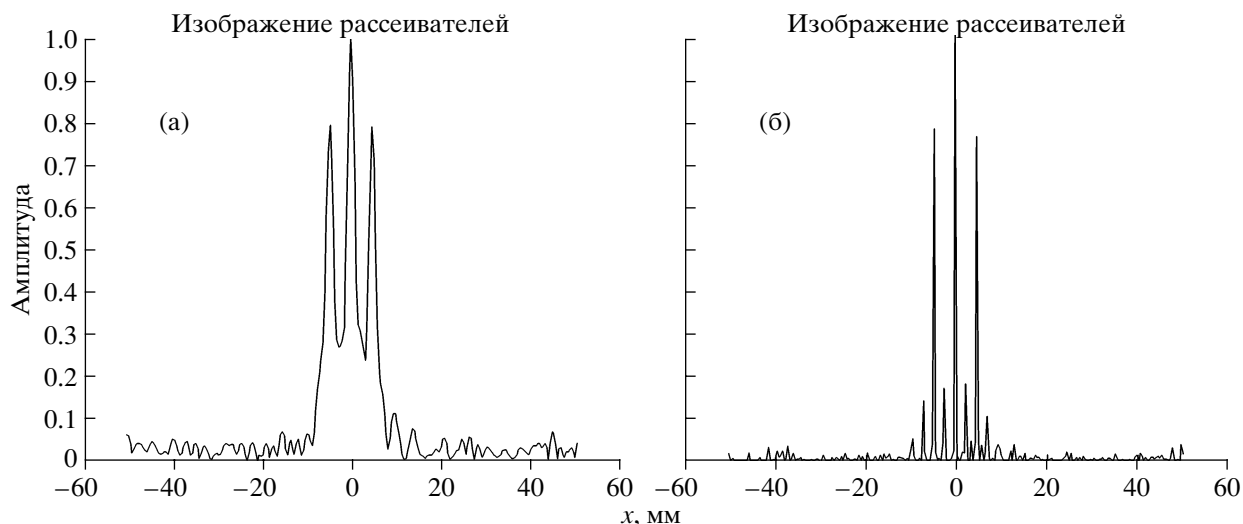


Рис. 7. Изображения девяти рассеивателей, восстановленные МУС (а) и ММЭ (б) по голограммам с частотным диапазоном 1.0 МГц до 4.0 МГц с добавленным гауссовым шумом.

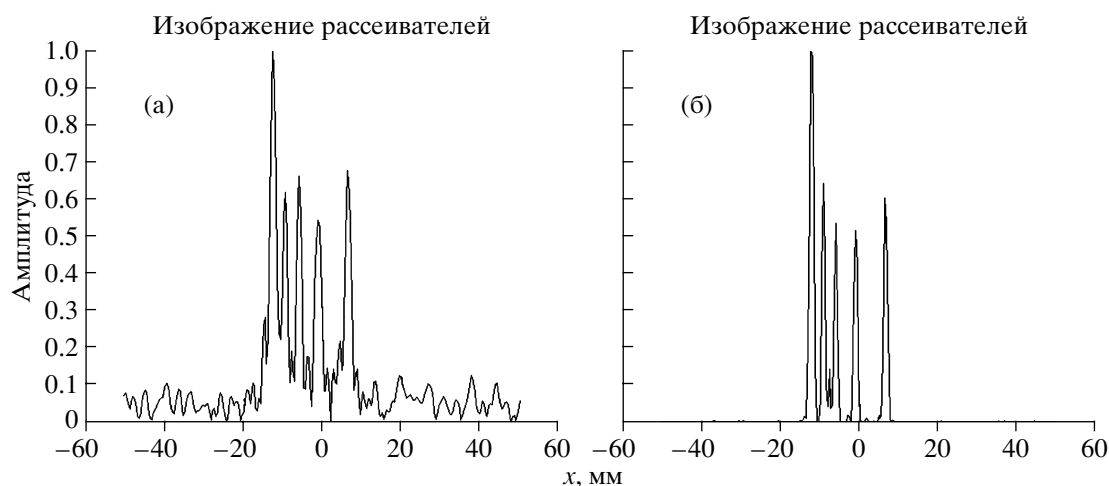


Рис. 8. Изображения рассеивателей, восстановленные МУС (а) и ММЭ (б) по экспериментально измеренным голограммам на частоте 2.602 МГц.

бражение того же теста по голограммам с добавленным гауссовым шумом интенсивности σ^2 , которая составляет 0.4 от среднего значения амплитуды полезного сигнала. Видно, что ММЭ вполне устойчив к влиянию аддитивного шума.

МОДЕЛЬНЫЙ ЭКСПЕРИМЕНТ

Объект, на котором были проведены экспериментальные измерения, представляет собой дюралюминиевый образец с 6 пропилами раскрывом 50 мкм до глубины 65 мм. Расстояния между пропилами составляют 1.0, 2.0, 3.5, 5.0, 7.5 мм. Измерения проводились датчиком, с углом раскрыва 60 градусов, центральной частотой 2.5 МГц, частотным диапазоном по уровню 0.25 от 1.8 до 3.2 МГц.

Скорость продольной волны $c = 6.26$ мм/мкс. Приемная апертура состоит из 256 точек, с расстоянием между отсчетами 0.394 мм. Восстановить можно только вершины пропилов, которые представляют из себя типичные точечные отражатели. Предварительно была сделана инверсная частотная и пространственная фильтрация, с использованием метода эталонной голограммы, с целью выравнивания частотного и пространственных спектров.

На рис. 8 показаны изображения, восстановленные по голограмме на частоте 2.602 МГц, с помощью МУС (а) и ММЭ (б). На рис. 9 представлены изображения, восстановленные по 5 частотам в диапазоне 2.368 – 2.680 МГц, с помощью МУС (а),

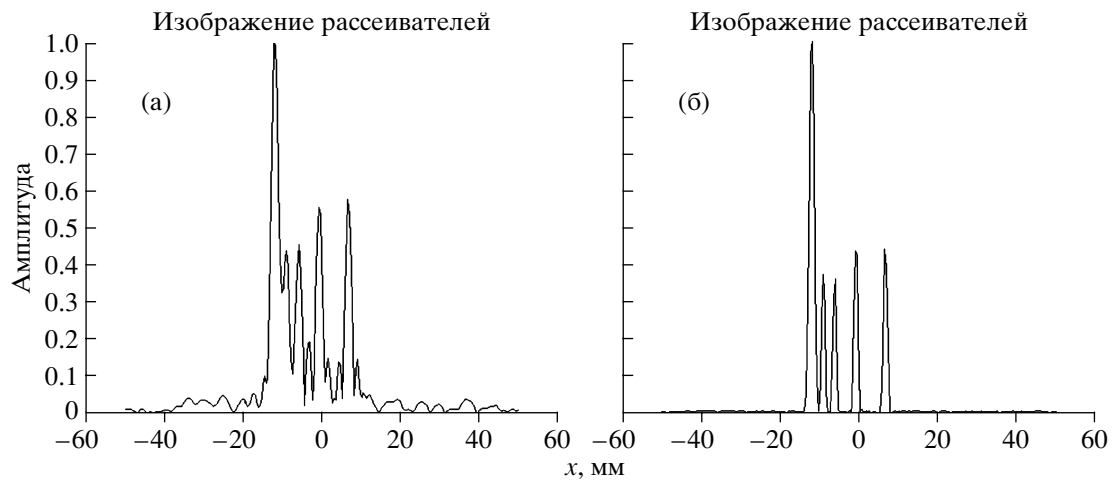


Рис. 9. Изображения рассеивателей, восстановленные МУС (а) и ММЭ (б) по экспериментально измеренным голограммам для пяти частот в интервале 2.368–2.680 МГц.

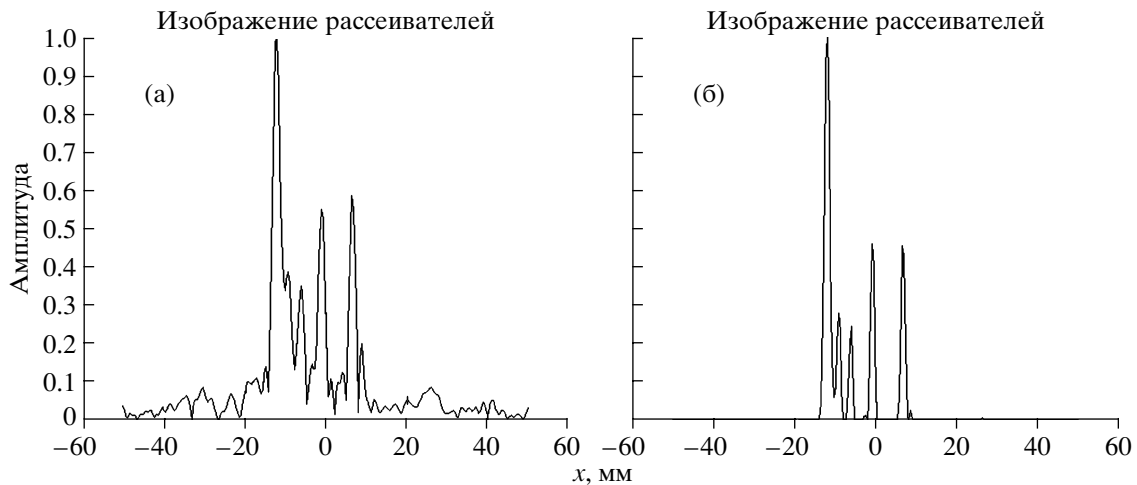


Рис. 10. Изображения рассеивателей, восстановленные МУС (а) и ММЭ (б) по экспериментально измеренным голограммам для пяти частот в интервале 2.368–2.680 МГц с апертурой прорезанной в два раза.

ММЭ (б) без прореживания апертуры, и (рис. 10) МУС (а) и ММЭ (б) с апертурой прорезанной в два раза.

ММЭ демонстрирует превосходство и при восстановлении экспериментальных данных. Уровень боковых лепестков ниже и разрешение несколько лучше по сравнению с восстановлением МУС. Сверхразрешающей способности ММЭ оказалось недостаточно, чтобы разрешились первые два близкорасположенных импульса.

В практическом применении, разумеется, требуется восстанавливать двухмерные или трехмерные изображения. Для реализации алгоритма позволяющего восстанавливать изображения больших размеров требуется использование быстрого преобразования Фурье (БПФ) при умноже-

нии циркулянтных матриц и, возможно, внедрение специализированных алгоритмов оптимизации (наподобие Кембриджского алгоритма).

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В статье исследован новый класс алгоритмов, предназначенных для восстановления изображений дефектов методами ультразвукового неразрушающего контроля. Исследованы возможности использования метода максимальной энтропии при восстановлении изображений по одночастотным и многочастотным голограммам. Предложен эффективный способ оценки параметра регуляризации.

ММЭ позволяет достигать сверхразрешения и существенного уменьшения уровня спеклового шума. ММЭ устойчив к аддитивным и мультипликативным (в форме прореживания) шумам измерений. Возможность использования прореженной апертуры позволит сократить объем измеряемых данных, в том числе и для трехмерной голографии.

Подход, основанный на минимизации невязки решения прямой задачи в сочетании с различными, обуславливаемыми спецификой задачи ограничениями может получить большое развитие в практическом применении, что продемонстрировано на примере модельных экспериментов. Сравнительно высокая требовательность к вычислительным ресурсам до настоящего момента не позволяла применять подобные методы, но с развитием вычислительной техники такая возможность появилась. Принципиальная важность этого подхода заключается в возможности решения широкого класса задач неразрушающего ультразвукового контроля за счет выбора функции рассеяния точки G . Для определения ФРТ можно решать задачу определения функции Грина для полупространства, слоя или более сложного случая или пользоваться ФРТ, определенной экспериментально.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Бадалян В.Г., Вонилкин А.Х. Опыт применения ультразвуковой системы с когерентной обработкой данных "Авгур" на Российских АЭС. Контроль. Диагностика, 2000. № 9. С. 35–39.
2. Hall T.E., Doctor S.R., Reid L.D., Littfield R.J., Gilbert R.W. Implementation of real-time ultrasonic SAFT system for inspection of nuclear reactor components. Acoustical Imaging, 1987. V. 15. P. 253–266.
3. Erhard A., Lucht B., Schulz E., Montag H.-J., Wustenberg H., Beine U. Characterization of Defects in Austenitic Pipe Gird Welds. The e-Journal of Nondestructive Testing & Ultrasonics, ISSN: 1435–4934. Vol. 5. № 9, October 2000.
4. Гудмен Дж. Введение в фурье-оптику. М: Мир, 1970. С. 364.
5. Mayer K., Markelein R., Langenberg K.J., Kreutter T. Three-dimensional imaging system based on Fourier transformation synthetic aperture focusing technique. Ultrasonics, 1990, 28. P. 241–255.
6. Бадалян В.Г., Базулин Е.Г. Цифровое восстановление изображения рассеивателей методом проекции в спектральном пространстве. Акустический журнал, 1988. XXXIV. № 2. С. 222–231.
7. Gershberg R.W. Super resolution through error energy reduction. Opt. acta., 1974, V. 21, P. 709–720
8. Lasaygues P., Lefebvre J.-P. Improvement of resolution in ultrasonic reflection tomography. 7th European conference on nondestructive testing, Copenhagen, 26–29 may 1998. P. 3001–3008
9. Papoulis A., Chamras D. Detection of hidden periodicities by adaptive extrapolation. IEEE Trans. Acoust. speech signal proc, 1979, ASSP-27. № 25. P. 492–500.
10. Базулин Е.Г. Применение метода двумерной адаптивной экстраполяции для повышения качества изображения рассеивателей восстановленного по многочастотным и многокурсовым акустическим голограммам. – Акустический журнал, 1991, 37, № 1. С. 8–16.
11. Марпл-мл С.Л. Цифровой спектральный анализ: пер. с англ. М.: Мир, 1990. С. 584.
12. Faur M., Morisseau P., Poradis L. Ultrasonic data inversion for outer surface defects characterization. 7th European conference on nondestructive testing, Copenhagen, 26–29 may 1998. P. 2429–2436
13. Box G.E., Jenkins G.M. Time serial analysis. Forecasting and control. San-Francisco. Holden-dey. 1970.
14. Базулин Е.Г. Получение изображения рассеивателей с продольным сверхразрешением по многочастотным цифровым акустическим голограммам при построении AR-модели спектров эхосигналов. Акуст. журн., 1993. Т. 39. № 2. С. 213–222
15. Freiden B.R. Restoring with maximum likelihood and maximum entropy. Journal of The Optical Society of America, vol. 62. 1972. P. 511–518.
16. Mottershead C.T., Maximum Entropy Tomography. – Maximum Entropy and Bayesian Methods, 1996. P. 425–436.
17. Wernecke S.J., D'Addario L.R. Maximum Entropy image reconstruction. IEEE Transactions on Computers, vol. 26. 1977. P. 351–364.
18. Hore P.J. Maximum Entropy and nuclear magnetic resonance. Maximum Entropy in Action, Oxford : Clarendon Press, 1991. P. 41–72.
19. David. J. Battle., Maximum Entropy Regularization Applied To Ultrasonic Image Restoration. University of Sydney, 1999.
20. Тихонов А.Н., Арсенин В.Я. Методы решения некорректных задач. Москва, "Наука", 1986.
21. Kullback S. Information Theory and Statistics. New York. 1959.
22. Василенко Г.И., Тараторин А.М. Восстановление изображений. – Москва, "Радио и связь". 1986.
23. Горюнов А.А., Сасковец А.В. Обратные задачи в акустике. Издательство МГУ. 1989.
24. Skilling J., Bryan R.K. Maximum entropy image reconstruction: General algorithm. Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, vol. 211. 1984. P. 111–124.

25. *Skilling J.* The Cambridge maximum entropy algorithm. Maximum Entropy and Bayesian Methods in Applied Statistics: Cambridge University Press, 1986. P. 179–193.
26. *Coleman T.F., Y. Li.* An Interior, Trust Region Approach for Nonlinear Minimization Subject to Bounds. SIAM Journal on Optimization, vol. 6. 1996. P. 418–445.

Abstract